Dissertatio Astronomica

de

Cometarum elementis, parabolice et elliptice, computandis,

cujus

particulam tertiam,

Consentiente Ampl. Facultate Philosophica,

Præside

JONA BRAG,

Astron. et Phys. Prof. Reg. et Ord.,

pro summis in Philosophia capessendis honoribus

publicæ disquisitioni subjicit

JONAS CASTEN LAMBERG,

Gothoburgensis.

In Acad. Carolina die XIX Junii MDCCCXXXVIII.

LUNDÆ,

TYPIS EXCUDIT C. FR. BERLING,

UNIVERSITATIS TYPOGRAPHUS.

MDCCCXXXVIII.

Prosten och Kyrkoherden

Högärevördige och Höglärde

Herr CARL AD. THUDÉN

tillegnadt

med vördnad och tillgifvenhet

af

JONAS CASTEN LAMBERG.

§. II.

De Tabulis pro motu cometarum parabolico construendis et consulendis.

Quæ hactenus attulimus, ea præcipue illis inservient orbitæ parabolicæ inveniendis corrigendisque elementis, quæ propria ejus omnino sunt, neque terrestrem orbitam attingunt, qualia parameter, situs perihelii tempusque per illud transitus. Ut vero ejusmodi disquisitiones quam commodissime fierent, Tabulæ illæ adjutrices confectæ sunt, de quarum natura et usu pauca jam sumus expositori.

Scilicet cum supra ostensum sit in quacumque orbita parabolica P', cujus parameter $= m'$, futurum esse tempus

$$t' = \frac{A s' \sqrt{\frac{1}{2}}}{\pi \sqrt{\frac{m'}{4}}} = \frac{m'^{\frac{3}{2}} A}{24 \pi \sqrt{2}} (k^3 + 3k)$$

$$= \frac{m'^{\frac{3}{2}} A}{8 \pi \sqrt{2}} \left(\frac{k^3}{3} + k\right) = \frac{\varrho'^{\frac{3}{2}} A}{\pi \sqrt{2}} \left(\frac{k^3}{3} + k\right),$$

posito $m' = 4 \varrho'$; sequitur, si in Parabola P ponatur parameter $= m = 4 \varrho = 4$, futurum esse ad eandem anomaliam relatum tempus

$$t = \frac{A s \sqrt{\frac{1}{2}}}{\pi \sqrt{\frac{m}{4}}} = \frac{A}{3 \pi \sqrt{2}} (k^3 + 3k) = \frac{A}{\pi \sqrt{2}} \left(\frac{k^3}{3} + k\right).$$

quemadmodum revera esse oportet, cum sit $t : t' = \varrho^{\frac{3}{2}} : \varrho'^{\frac{3}{2}} = 1 : \varrho'^{\frac{3}{2}}$.

Constructa igitur pro parametro $= 4 \varrho$, $= 4$, ex æquatione t idonea tabula, tempora et anomaliæ veræ pro alia parabola facilius computabuntur.

Duplex autem, ut adparet, offertur tabulæ construendæ ratio, prout vel tempus, vel anomalia ex æquatione t quæratur. Illa nititur Tabula usitatissima, Barkeriana ab auctore denominata, hac

Clarissimi de La Caille fundata est, quam Delambre pluribus nominibus præferendam putat. 7) Ut vero a Barkeriana, in qua construenda, data anomalia, tempus quæsitum est, initium capiamus, observemus esse

$$t = \frac{A}{3\pi\sqrt{2}}(k^3 + 3k) = 27^d{,}403856\,(k^3 + 3k).\ \text{pag. } 16.$$

$$= \frac{A}{\pi\sqrt{2}}\left(\frac{k^3}{3} + k\right) = 82{,}\,211568\left(\frac{k^3}{3} + k\right)$$

$$= \frac{4A}{3\pi\sqrt{2}} \times \frac{75}{100}\left(\frac{k^3}{3} + k\right) = 109{,}\,615424 \times \frac{75}{100}\left(\frac{k^3}{3} + k\right)$$

$$= \quad 1{,}0961\,5424 \times 75\left(\frac{k^3}{3} + k\right);$$ sive, posito brevitatis gratia

$1{,}0961\,5424 = D$, et $75\left(\frac{k^3}{3} + k\right) = K$,

$$t = DK = \frac{K}{\frac{1}{D}}$$

Hinc $t' = \dfrac{\varrho'^{\frac{3}{2}} K}{\frac{1}{D}} = \dfrac{K}{\frac{1}{D\varrho'^{\frac{3}{2}}}}$; ita, ut, nondum cognito in parabola fundamentali P tempore t, in quacumque alia parobola tempus t', eidem anomaliæ respondens, eruere liceat.

Vocatur autem a Barkero, quique eum sequuntur Astronomi, numerus k *motus medius*; quo nomine, per singula quinque minu-

---

7) Utraque exstat apud Cl. Delambre Capiti XXXIII Tomi II. adnexa. Obtinuit hoc loco Barkeriana tam numeris, quam logarithmis, eundem perfectionis gradum, quem cura Cl. de Zach in citato tractatu Olbersiano assecuta est.

ta, suæ est anomaliæ in tabulis adscriptus. 8). Altera vero quantitas, sub factoris forma, $= \frac{\varrho'^{\frac{3}{2}}}{\frac{1}{D}}$, sub denominatoris vero $= \frac{1}{D\,\varrho'^{\frac{3}{2}}}$, adpellatur *motus medius diurnus.*

Const. $\frac{1}{D} = \frac{1}{1,0961542 4} = 0,912280041$ ex Vega computavimus 9). Differt nonnihil a Clarissimi Delambre, qui in parabola P tempore anom. 90° brevius, quam adcuratius, posito $= 109^d,6154$, constantem illam fractioni 0,912281 æquavit. 10). Diligentiori usus videtur computatione Cl. Gauss ponendo illam $= 0,912279061$; parvulo, sed duplo majore a Delambriana, quam a nostra, discrimi-

---

8) In Tab. Bark. ob inæquale nimis logarithmorum incrementum quantitas *K* usque ad anom. 45 graduum, (apud Del. ad 44° tantum), numero suo expressa est; deinde vero usque ad anom. 179° 55′ per logarithmum indicata. Quomodo vero, vel ad construendam, vel ad examinandam Tabulam, uterque, et numerus et logarithmus, quam fieri possit commodissime, eliciatur, copiose et luculenter Delambre l. c. pagg. 214—222.

9) Georgii Vega Tabulæ Logar. Trig. T. I. Lipsiæ 1797. Inventus ex iisdem Log. $\frac{1}{D} = \overline{1},9601282252$; sive, ut omnia cogantur in summam, compl. log. D = 9,9601282252.

10) Delambre L. et T. citato, pag. 213. Pag. 214 hæc: *Il.* (M. de Zach) *a pris pour log. constant* 9,9601283 (apud Delambre vitio impressionis 9,9602283), *le complément du logarithme* de 1,096154, (apud Delamb. vitio impressionis 109,6154), *est* 9,9601284; *nous nous arrêterons à ce dernier, que suppose notre table.* (Barkeriana nempe a Delambre computata); *la différence au reste est fort peu importante.*

ne. 11). Quam quidem constantem cum et sub forma, paullulum a nostra diversa, attulerit, majorem harum comparandarum caussam habebimus. *Motu* igitur *medio* eadem, qua a nobis quantitate expresso, *motum medium diurnum* Clar. Geometra ponit $= \frac{150}{p^{\frac{3}{2}}} = \frac{k\sqrt{2812,5}}{q^{\frac{3}{2}}}$, ubi, ut adparet, p, q et $k\sqrt{2812,5}$ eadem sunt, atque apud nos, $\frac{m'}{2}$, ϱ' et $\frac{1}{D}$, respective. Quid k sit, apud eundem, æque fere in promtu.

Nempe $k\sqrt{2812,5} = 150\,k\sqrt{\tfrac{1}{8}} = \frac{1}{D} = \frac{3 \times 100\,\pi\sqrt{2}}{4A}$ $= \frac{75\,\pi\sqrt{2}}{A}$; sive $k = \frac{\pi\sqrt{2}}{2A\sqrt{\frac{1}{8}}} = \frac{\pi}{\frac{1}{2}A} = \frac{2\pi}{A}$. Ponamus itaque cum Cl. Gauss $A = 365^d,256385$; erit

$$\log.\ 2\pi = 0,7981798684$$
$$\log.\ A = 2,5625978147$$

$\log. k = \bar{2},2355820537 = \log.\ 0,0172021261 5$. (Ex Vega). Discrepat hæc vis constantis k aliquantum a Gaussiana, pag. 2 obvia, ubi $k = 0,01720209895$. Scilicet, adcuratius expressa, erit illa $= \frac{2\pi}{A\sqrt{1+\mu}}$, ubi μ = massæ telluris $= 0,0000028192$, posita solari $= 1$; adcuratissime vero $= \frac{2\pi\sqrt{1+\mu'}}{A\sqrt{1+\mu}}$, ubi insuper μ' = massæ cometæ. Sed utraque massa, ad unitatem, parvæ molis, exiguique momenti tum in tabula construenda, tum in primis et ru-

---

11) Theoria mot. corp. coel. pag. 18., ubi compl. log. $\frac{1}{D} = 9,9601277069$.

dioribus orbitæ calculandæ periculis. Quocirca exactioris hujus valoris mentionem hoc loco non fecissemus, nisi Cl. Gauss etiam ad Tabulam Barkerianam illum adplicuisset.

Apud Cl. Schubert hæc *motus medii diurni* exprimendi figura. Designantibus N motum medium, ϑ tempus, q distantiam perihelii a vertice et s aream sectoris, erit *motus medius diurnus* $= \frac{N}{\vartheta}$

$$= \frac{75\,s}{\frac{q^{\frac{3}{2}} A\, s}{\pi \sqrt{2}}} = \frac{75\,\pi \sqrt{2}}{q^{\frac{3}{2}} A}$$, ut antea 12).

Cum sit $K = \frac{t'}{D \varrho'^{\frac{3}{2}}}$, sequitur, dato tempore t', motum medium K facile inveniri; cui quæ respondeat anomalia, ope partium proportionalium, deinde Tabula ostendet.

Alteram Tabulam, quæ anomalias pro datis temporibus computando construitur, primus exhibuit Cl. La Caille, deinde amplificavere Schulze et Pingré 13). Ad conficiendum illum anomaliarum indicem, resolutio, ut patet, æquationis tertii gradus necessaria. Habebimus nempe $k^3 + 3k = \frac{t'}{25 D \varrho'^{\frac{3}{2}}} = \frac{t}{27^d, 4038562}$; ubi k, ut posuimus, $=$ tang $\frac{\text{anom. ver.}}{2}$ $=$ tang $\frac{v'}{2}$.

---

12) *Traité d'Astronomie Theorique par* Schubert T. II. pag. 525. Compl. Log. D ($=$ compl. log. $\frac{m}{75}$ apud Schub., ubi $m = \frac{A}{\pi \sqrt{2}}$) $=$ 9,9601283 ibidem.

13) Delambre L. et T. c. pag. 210.

Ex pluribus, quæ sunt ejusmodi æquationem solvendi rationibus, eligamus cum Cl. Delambre eam, quæ ex solutione problematis de trisectione anguli profecta, ope tabularum trigonometricarum valorem tangentis (k) exhibebit. Concinnior enim hæc et, propter communem in hac quæstione tabularum usum, paratior. Erit igitur, cum sit $p = 3$,

$$\text{tang } N = \frac{p}{3q} \sqrt{\tfrac{4}{3}p} = \frac{2}{q} = \frac{t}{54{,}807712}.$$

Invento vero N, habebitur tang $M = \sqrt[3]{\text{tang} \tfrac{1}{2} \text{N}}$; inventoque M, k, sive tang $\frac{1}{2} v$, $=$ cot $2M \sqrt{\tfrac{4}{3}p} = 2$ cot $2\ M$ 13).

Ut vero æque exactus, atque per serierum usum, valor obtineatur, fractiones minutorum secundorum sex vel septem figuris decimalium exprimantur. Nonnullis anomaliis adcuratius definitis, per interpolationem, minus operosam, deinde agere licebit 14).

Denique cum et ad differentias anomaliarum computandas, et in aliis, quæ sequentur, quæstionibus tractandis utile sit incrementum temporis præfinivisse, revocemus hanc formulam:

---

13) Pro solitis notationibus angulorum (A et B), ne cum præcedentibus confunderentur, M et N adhibuimus.

14) De prima hujus tabulæ conficiendæ methodo hæc Delambre: *La Caille, premier auteur de la table, dont nous venons d'expliquer la construction, Schulze et Pingré, qui l'ont successivment étendue, résolvaient par tâtonnement l'equation du troisieme degré, c'est-à-dire, que connoissant á peu près l'anomalie, qui répondait au nombre de jours, ils essayaient diverses anomalies, et determinaient, par une règle de trois, celle, qui donnait exactement le nombre de jours.* Del. T. III. p. 210.

$$S - s = \frac{m^2 \sin \frac{1}{2}(u-v)}{48 \cos\frac{1}{2}u \cos\frac{1}{2}v}\left(\frac{1}{\cos\frac{1}{2}u^2} + \frac{1}{\cos\frac{1}{2}v^2} + \frac{\cos(u-v)}{\cos\frac{1}{2}v \cos\frac{1}{2}u}\right).$$ pag. 8.

Quæ quidem, si ad temporis vim referatur, ponaturque $m = 4\varrho = 4$, et $\frac{A\sqrt{\frac{1}{2}}}{3\pi} = A'$, habebimus

$$T - t = A' \frac{\sin\frac{1}{2}(u-v)}{\cos\frac{1}{2}u \cos\frac{1}{2}v}\left(\frac{1}{\cos\frac{1}{2}u^2} + \frac{1}{\cos\frac{1}{2}v^2} + \frac{\cos(u-v)}{\cos\frac{1}{2}v \cos\frac{1}{2}u}\right);$$

atque

$$dt = \frac{A' \sin\frac{1}{2}dv}{\cos\frac{1}{2}(v+dv)^2 \cos\frac{1}{2}v^2}\left(\frac{\cos\frac{1}{2}v}{\cos\frac{1}{2}v(v+dv)} + \frac{\cos\frac{1}{2}(v+dv)}{\cos\frac{1}{2}v} + \cos\frac{1}{2}dv\right);$$

sive, posito $\cos\frac{1}{2}(v+dv)^2 \cos\frac{1}{2}v^2 = c^2c'^2$,

$$= \frac{A' \sin\frac{1}{2}dv}{c^2c'^2}\left(2\cos\frac{1}{2}dv - \tang\frac{1}{2}v \sin\frac{1}{2}dv + \frac{\sec\frac{1}{2}dv}{1 - \tang\frac{1}{2}v \tang\frac{1}{2}dv}\right)$$

$$= \frac{A' \sin\frac{1}{2}dv \cos\frac{1}{2}dv}{c^2c'^2}\left(2 - \tang\frac{1}{2}v \tang\frac{1}{2}dv + \frac{1 + \tang\frac{1}{2}dv^2}{1 - \tang\frac{1}{2}v \tang\frac{1}{2}dv}\right)$$

$$= \frac{A' \sin\frac{1}{2}dv \cos\frac{1}{2}dv}{c^2c'^2}\left(3 - \tang\frac{1}{2}v \tang\frac{1}{2}dv + \tang\frac{1}{2}v \tang\frac{1}{2}dv\right);$$

omissis terminis dignitates majores incrementi dv continentibus,

$$= \frac{\frac{3}{2}A' \sin dv}{\cos\frac{1}{2}(v+dv)^2 \cos\frac{1}{2}v^2} = \frac{\frac{3}{2}A' dv}{\cos\frac{1}{2}v^2 \cos\frac{1}{2}(v+dv)^2}.$$

Erit igitur

$$dv = \frac{\cos\frac{1}{2}v^2 \cos\frac{1}{2}(v+dv)^2\, dt}{\frac{\frac{3}{2}A\sqrt{\frac{1}{2}}}{3\pi} \sin 1''} = \frac{\cos\frac{1}{2}v^2 \cos\frac{1}{2}(v+dv)^2}{\frac{A\sqrt{\frac{1}{2}}}{2\pi} \sin 1''}\ (\varkappa);$$

$$= \frac{\cos\frac{1}{2}v^4\, dt}{\frac{A' \sin 1''}{\pi\sqrt{8}}} = \frac{\pi\sqrt{8} \cos\frac{1}{2}v^4\, dt}{A' \sin 1''},$$ posito $v + dv = v$. (λ).

Obtinuissemus etiam (λ) differentiando $t = A' (\tang \frac{1}{2}v^3 + 3 \tang \frac{1}{2}v)$.

Introducto in ($\varkappa$) valore constantis prodibit

$$dv = \frac{\cos \frac{1}{2}v^2 \cos \frac{1}{2}(v + dv)^2\, dt}{41{,}105784 \sin 1''}$$

Si v ponatur $= o$, erit $dv = \frac{dt}{41{,}105784 \sin 1''}(1 - \sin \frac{1}{2}\, dv^2)$; quod anomaliam, primæ primi in tabula diei parti debitam, exhibebit.

Constructa et adornata hac lege et ratione Tabula Clarissimi de La Caille prima columna numerum dierum, secunda anomalias, tertia harum incrementa continet. Prima et secunda dierum centuria singulos habet in quattuor partes divisos, tertia et quarta in duos, tantum, quinta et sexta integros solos dies exhibet. Deinde, inter ipsos dies, crescentia intervalla. Ultimus dierum numerus, *duobus centenis millibus* conficitur, anomaliæ 174° 4′ 54,″ 8 respondens Est igitur etiam astronomica quædam luxuries, cum, etsi ϱ vel decies major esset quam ϱ', cometa tamen, si in ultima illa tabulæ anomalia adhuc conspiceretur, per 6325 ad minimum dies, a perihelio numerando, (quod quidem numquam factum sit), oculis nostris obversaretur.

Inverso problemate, ex data anomalia, tempus ope Tabulæ hujus inveniri posse per se patet.

Utra harum Tabularum alteri præferenda sit, inter Astronomos non satis liquet. Adpellante Cl. Gauss Tabulam Barkerianam *longe commodissimam* 15), miratur Cl. Delambre, quid fuerit, quod Barker tam parum commodam construeret 16). Forsan in investigandis elementis illius, in corrigendis Gallicæ commendandus est usus.

15) Theoria M. c. c. pag. 17. — 16) Delambre T. III. pag. 474.